

Übungsaufgaben der grundlegenden Mathematik

Elias Fierke

August 2024

1 Differenzialrechnung (32 + 16 = 48 Punkte)

1. Leiten Sie die Funktionen jeweils zwei mal ab. Bilden Sie dabei alle partiellen Ableitungen, sofern die Funktion mehrdimensional ist.

a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto 7x^4 + 3x + 9$

b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \ln(x)$

c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto x^2 \cdot \cos(x)$

d) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto 3x^2 \cdot 5x^3$

e) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; x, y \mapsto \frac{x^2+y^2}{x \cdot y}$

f) $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}; x, y, z \mapsto 4x^2y^2z^2$

g) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; x, y \mapsto 4x^2 + 12y^3 + x + y$

h) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; x, y \mapsto ax^2 + bx + cy^2 + dy + e$

2. Betrachten Sie die gegebenen Funktionen und bestimmen Sie lokale Minima, Maxima und Sattelpunkte.

a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto 7x^4 + 3x + 9$

b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto 3x^3 + 2x^2 + 4$

2 Integralrechnung (12 + 18 = 30 Punkte)

1. Bestimmen Sie die unbestimmten Integrale der Funktionen.

a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto 3x^2 + 2x + 1$

b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto 5x^3 - 4x + 7$

c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \frac{1}{x} + x^2$

d) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto e^x + \ln(x)$

e) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto \sin(x) + \cos(x)$

f) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto x^{-1}$

2. Berechnen Sie das bestimmte Integral.

a) $\int_0^2 2x^2 \, dx$

b) $\int_0^3 3x^3 + 2x + 3 \, dx$

c) $\int_{-1}^1 2x^3 \, dx$

d) $\int_0^k \frac{1}{x} \, dx$

e) $\int_{-3}^5 \frac{1}{3}x^4 + 2x^3 + x^2 + 12 \, dx$

f) $\int_2^0 2x^3 \, dx$