



Theoretische Informatik: Effiziente Algorithmen Übungsaufgaben

Elias Fierke

Juni 2026

Dozent: Dr. Markus Hecher
Modul: INF-1021
6. Fachsemester
Universität Potsdam, Campus Golm

Inhaltsverzeichnis

1	Rekapitulation	2
2	Generelle Syntax	2
3	Berechenbarkeit/Rekursivität/Entscheidbarkeit	2
4	Loop-, While- und Goto-Programme	2
5	Primitiv-rekursive Funktionen	3
6	Cantorsche Paarungsfunktion	3
7	Unbeschränkte Minimierung	3
8	μ -rekursive Funktionen	3
9	Unberechenbarkeit	3

1 Rekapitulation

1. Definieren Sie den Begriff *kontextfreie Grammatik* formal.
2. Nennen Sie die Bestandteile einer Turing-Maschine.

2 Generelle Syntax

1. Ordnen Sie den Zeichen ihre Bedeutung zu.

$\vdash$	Leeres Zeichen/ Blanksymbol
ε	Bandalphabet
$\perp$	Schritt
$\mathcal{LP}$	Menge aller Loop-berechenbaren Funktionen
B	Menge aller Loop-Programme
Γ	undefiniert
$\mathcal{LF}$	leeres Wort

2. Wozu führt der Ausdruck $v[1/x_2]$?

3 Berechenbarkeit/Rekursivität/Entscheidbarkeit

1. Was ist Rekursivität?
2. Was ist Entscheidbarkeit?
3. Wann ist eine Turing-Maschine berechenbar?
4. Was ist eine total berechenbare Funktion?
5. Nennen Sie die Beziehung zwischen "rekursiv" und "rekursiv aufzählbar".
6. Nennen Sie die Aussage der Church-Turing-These.
7. Was ist Aufzählbarkeit?

4 Loop-, While- und Goto-Programme

1. Beschreiben Sie die Unterschiede zwischen Loop-, While- und Goto-Programmen.
2. Schreiben Sie ein Loop-Programm, dass die Zahl x_{11} genau x_{13} mal auf die Zahl x_{12} aufaddiert.
3. Arbeiten Sie das Programm aus 2. schrittweise ab, um die Funktionsweise zu prüfen. Tipp: Nutzen Sie kleinere Zahlen.
4. Was ist ein Makro?
5. Lösen Sie das Makro $x_i := x_j$ in seine Elementarbestandteile auf.
6. Beschreiben Sie, wie Sie die nachfolgende bedingte Anweisung als Schleife darstellen können.

```
1  if  $x_1 = 0$  then P end;
```

7. Terminieren Loop-Programme? Erklären Sie.
8. Definieren Sie die Mächtigkeit eines Loop-Programms. Vergleichen Sie diese mit derer eines While-Programms.
9. Ergänzen Sie die Mengenzeichen sowie ggf. notwendige Klammern.

$$\mathcal{LF} \quad \mathcal{TGF} \quad \mathcal{TWF} \quad \mathcal{TF} \quad \mathcal{GF} \quad \mathcal{WF} \quad \mathcal{TF}$$

5 Primitiv-rekursive Funktionen

1. Erklären Sie den Unterschied zwischen const_1^2 und proj_1^2 .
2. Erklären Sie den mathematischen Begriff der Komposition.
3. Erläutern Sie präzise die Arbeitsweise des PR-Konstrukts.
4. Definieren Sie eine primitiv-rekursive Funktion, die in $\mathbb{N}$ den Vorgänger einer Zahl berechnet.
5. Analysieren Sie den primitiv-rekursiven Ausdruck $f = \text{Pr}[\text{proj}_1^1, \text{suc} \circ \text{proj}_3^3]$
6. Stellen Sie die Signums-Funktion als primitiv-rekursive Funktion dar.
7. Wie ist die Fallunterscheidung als Makro definiert?
8. Was ist der Zweck der beschränkten Minimierung? Denken Sie sich ein Beispiel aus und minimieren es.
9. Skizzieren Sie Ihre Ideen, um $\mathcal{LF} \subseteq \mathcal{LF}$ zu zeigen.

6 Cantorsche Paarungsfunktion

1. Was ist die Cantorsche Paarungsfunktion?
2. Skizzieren Sie die tabellarische Darstellung der Cantorschen Paarungsfunktion für $n, m \leq 3$.
3. Geben Sie die Formel zur Berechnung der Cantorschen Paarungsfunktion für ein Tupel $\langle a, b \rangle$ an.

7 Unbeschränkte Minimierung

1. Erklären Sie den Begriff.

8 μ -rekursive Funktionen

1. Definieren Sie den Begriff präzise.
2. Inwiefern ist eine μ -rekursive Funktion äquivalent zur einem While-Programm.
3. Was ist die kleensche Normalform?
4. Was ist die *Gödelnummer* im Allgemeinen?
5. Was ist die universelle Funktion?

9 Unberechenbarkeit

1. Was besagt die Church-Turing-These?
2. Welche Charakterisierungen sind unter der Church-Turing-These äquivalent?